APRIL/MAY 2025

FEMA55A/CEMA64A — GRAPH THEORY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.



1. Define complete graph.

முழுமையான வரைவினை வரையறுக்கவும்.

2. Define spanning sub graph.

பரவிய உள் வரைவினை வரையறுக்க.

3. Define incidence matrix of a graph.

ஒரு விரைவின் நிகழ்வு அணியினை வரையறுக்கவும்.

4. What do you mean by intersection graph?

ஒரு வரைவின் குறுக்கு வெட்டு என்றால் என்ன?

5. What do you mean by a cat point in a graph G?

ஒரு வரைவு G-ன் வெட்டுபுள்ளி என்பதன் மூலம் நீ அறிவது என்ன?

6. Define path of a graph.

ஒரு வரைவின் பாதையை வரையறுக்கவும்.

7. Define forest of a graph.

ஒரு வரைவின் காட்டை வரையறுக்கவும்.

8. What is acyclic graph?

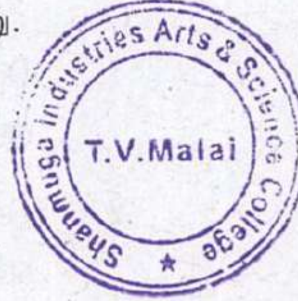
அசைக்ளிக் வரைவு என்றால் என்ன?

9. Define Hamiltonian graph.

ஹாமில்டோனியன் வரைவு என்பதை வரையறு.

10. Define closure of a graph.

ஒரு வரைவின் அடைவினை வரையறு.



SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) In any graph G the number of points of odd degree is even.

எந்த வரைவும் G-ல் ஒற்றைப்படை பட்டத்தின் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை சமமாக இருக்கும்.

Or

(b) Prove that $r(m,n) = r(n,m)$.

நிறுவுக $r(m,n) = r(n,m)$.

19. Prove that every tree has a centre consisting of either one point or two adjacent points.

ஒவ்வொரு மரமும் ஒரு புள்ளியையோ அல்லது இரண்டு அடுத்தடுத்த புள்ளிகளையோ மையமாகப் பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

20. Let G be a connected graph with exactly $2n (n \geq 1)$, odd vertices. Then the edge set of G can be partitioned into 'n' open trails.

G ஆனது சரியாக $2n(n \geq 1)$ ஒற்றைப்படை செங்குத்துகளுடன் இணைக்கப்பட்ட வரைவாக இருக்கட்டும். பின்னர் G-ன் விளிம்புத் தொகுப்பை n திறந்த பாதைகளாகப் பிரிக்கலாம்.



12. (a) Every graph is an intersection graph.

ஒவ்வொரு வரைவும் ஒரு குறுக்குவெட்டு வரைவு.

Or

(b) Let G be a (p, q) graph. Then $L(G)$ is a (q, q_L) graph, where $q_L = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{p} d_i^2\right) - q$.

G ஒரு (p, q) வரைவாக இருக்கட்டும், பின்னர் $L(G)$ என்பது (q, q_L) வரைவு. இங்கு $q_L = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{p} d_i^2\right) - q$.

13. (a) In a graph G, any $u-v$ walk contains a $u-v$ path.

வரைவு G-இல், எந்த $u-v$ நடையும் $u-v$ பாதையைக் கொண்டுள்ளது.

Or

(b) A graph G with 'p' points and $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ is connected.

p புள்ளிகள் மற்றும் $\delta \geq \frac{p-1}{2}$ உடன் ஒரு வரைவு G இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

14. (a) For any graph $G, K \le \lambda \le \delta$.

எந்த வரைவிற்கும் $G, K \le \lambda \le \delta$.

Or

(b) Let G be a (p, q) connected graph. Then $q \ge p-1$.

G என்பது (p, q) இணைக்கப்பட்ட வரைவாக இருக்கட்டும். பிறகு $q \ge p-1$.

15. (a) Every Hamiltonian graph is 2-connected.

ஒவ்வொரு ஹாமில்டோனியன் வரைவும் 2-இனைக்கப்பட்டுள்ளது.

Or

(b) A graph is Hamiltonian iff its closure is Hamiltonian.

ஒரு வரைவு ஹாமில்டோனியனாக இருந்தால் மட்டுமே அதன் மூடல் ஹாமில்டோனியன் ஆகும்.

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Under usual notations, define α and β. Also prove that $\alpha + \beta = P$.

வழக்கமான குறியீடுகளில் α மற்றும் β-வினை வரையறு. மேலும் $\alpha + \beta = P$ என்வும் நிறுவுக.

17. Let G and G' be connected graphs with isomorphic line graphs. Then G and G' are isomorphic unless one is K_3 and the other is $K_{1,3}$.

G மற்றும் G' ஐசோமார்பிக் வரி வரைவுகளுடன் இணைக்கப்பட்ட வரைவுகளாக இருக்கட்டும். ஒன்று K_3 ஆகவும் மற்றொன்று $K_{1,3}$ ஆகவும் இல்லாவிட்டால் G மற்றும் G' ஐசோமார்பிக் ஆகும்.



18. Prove that a graph G with atleast two points is bipartite iff all its cycles are of even length.

குறைந்தபட்சம் ஒரு புள்ளிகளை கொண்ட வரைவு இரு பிரிவினையாக இருப்பதற்கு அதனின் எல்லா சுழற்சிகளும் இரட்டைப் படை நீளம் கொண்டிருப்பதற்கு ஒப்பானது என நிறுவுக.